Investigación Operativa
11 de junio de 2003

1. Teorema fundamental de la programación lineal.

2. Enuncia el teorema de holgura para el siguiente problema de programación lineal.

$$\begin{array}{rl|ll} \text{Min} & z(x) = cx + dy & & \\ \text{sa} & Ax + Dy \geq b & A \in \mathcal{M}_{mxn} & \text{rg}(A) = m \\ & x \geq 0 & D \in \mathcal{M}_{mxq} & \text{rg}(D) = m \end{array}$$

   Calcula su dual. Enuncia y prueba los teoremas débil y fuerte de dualidad para este par de problemas primal-dual.

3. Consideremos una solución factible básica no degenerada de un problema de programación lineal escrito en forma estándar. Probar que esta solución cae en exactamente $n - m$ lados, donde m es el número de ecuaciones y n el número de incognitas.

4. En un laboratorio se fabrican 4 productos. La producción diaria de cada uno de estos productos está limitada por el espacio de almacén y la mano de obra disponibles. La tabla siguiente contiene los datos relevantes del proceso de producción, espacio ocupado por cada unidad de producto en el almacén, medido en metros cuadrados, el número de trabajadores necesarios para la fabricación de una unidad de producto, así como los costes de fabricación y los precios de venta en $.

	Productos				
	P1	P2	P3	P4	Disponibilidad
Espacio	10	30	80	40	900
Trabajadores	2	1	1	3	80
Coste	20	30	45	58	
Precio venta	30	50	85	90	

   a) Encontrad el plan de producción de beneficio óptimo.

   b) Calcula los precios en la sombra y explica su significado.

   c) Cierta materia prima empleada en los productos 1 y 3 es inestable en su precio. Cada unidad de producto 1 utiliza 0.1 toneladas de esta materia prima y cada unidad de producto 3 utiliza 0.2 toneladas. Ahora cuesta 100$ la tonelada (esto es, por ejemplo, para el producto 1, su coste actual, 20 es igual a $10 + 0{,}1 \cdot 100$. Sea λ el supuesto precio de esta materia prima en el futuro cercano. Sabiendo que estará entre 80 y 125. ¿cuál debería ser la producción óptima para cada uno de estos posibles valores de λ ?

   d) ¿Cuál es el rango de valores posibles para el espacio disponible de manera que la solución obtenida en el primer apartado siga siendo óptima?

   e) El laboratorio podría alquilar 150 m^2 más de espacio de almacén con un coste de 70.000 por día. ¿Debería alquilarlo? Si la respuesta es positiva, ¿cuál sería el nuevo plan de producción óptimo?

   f) ¿Qué ocurre con la solución óptima si se pierden 20 trabajadores?