

Problemas de cargo fijo

Mediante el ejemplo 3 se ilustra una táctica importante que se usa para plantear muchos problemas de ubicación y de producción como PE.

PE para cargo fijo

Gandhi Cloth Company fabrica tres tipos de prendas de vestir: camisetas, shorts y pantalones. La elaboración de cada tipo de prenda requiere que Gandhi tenga disponible el tipo de maquinaria apropiada. La maquinaria necesaria para manufacturar cada tipo de prenda se tiene que rentar a las tarifas siguientes: maquinaria para camisetas, 200 dólares por semana; maquinaria para shorts, 150 dólares por semana; maquinaria para pantalones, 100 dólares por semana. La hechura de cada tipo de prenda también requiere las cantidades de tela y mano de obra que se indican en la tabla 2. Están disponibles cada semana 150 horas de mano de obra y 160 yardas cuadradas de tela. El costo unitario variable y el precio de venta para cada tipo de prenda, se proporcionan en la tabla 3. Formule un PE cuya solución maximice la utilidad semanal de Gandhi.

Al igual que en los planteamientos de PL, se define una variable de decisión por cada decisión que Gandhi debe tomar. Evidentemente, Gandhi tiene que decidir cuántas prendas de cada tipo debe fabricar a la semana, así que definimos

x_1 = cantidad de camisetas fabricada a la semana

x_2 = cantidad de shorts fabricada a la semana

x_3 = cantidad de pantalones fabricada a la semana

TABLA 2

Recursos necesarios para Gandhi

Tipo de prenda	Mano de obra (H)	Tela (Yardas cuadradas)
Camiseta	3	4
Shorts	2	3
Pantalones	6	4

TABLA 3

Ingresos e información del costo para Gandhi

Tipo de prenda	Precio de venta (dólares)	Costo variable (dólares)
Camiseta	12	6
Shorts	8	4
Pantalones	15	8

Observe que el costo de rentar la maquinaria depende sólo de los tipos de prenda que se elaboran, y no de la cantidad de cada tipo de prenda. Esta situación nos permite expresar el costo de rentar maquinaria utilizando las variables siguientes:

$$y_1 = \begin{cases} 1 & \text{si se fabrican camisetas} \\ 0 & \text{si no sucede así} \end{cases}$$

$$y_2 = \begin{cases} 1 & \text{si se fabrican shorts} \\ 0 & \text{si no sucede así} \end{cases}$$

$$y_3 = \begin{cases} 1 & \text{si se fabrican pantalones} \\ 0 & \text{si no sucede así} \end{cases}$$

En pocas palabras, si $x_j > 0$, entonces $y_j = 1$, y si $x_j = 0$, entonces $y_j = 0$. Por consiguiente, la utilidad semanal de Gandhi = (ingresos por las ventas semanales) - (costos variables semanales) - (costos semanales de la renta de maquinaria).

También,

$$\text{Costo a la semana de la renta de maquinaria} = 200y_1 + 150y_2 + 100y_3 \quad (13)$$

Para justificar (13), observe que ésta toma en cuenta sólo los costos de la renta de la maquinaria necesaria para elaborar los productos que Gandhi está fabricando realmente. Por ejemplo, suponga que se hacen camisetas y pantalones. Entonces, $y_1 = y_3 = 1$ y $y_2 = 0$, y el costo total de la renta por semana será $200 + 100 = 300$ dólares.

Puesto que el costo de la renta, por ejemplo, de la maquinaria para las camisetas no depende de la cantidad de camisetas fabricadas, el costo por rentar cada tipo de maquinaria se llama **cargo fijo**. Un cargo fijo para una actividad es un costo que se evalúa cada vez que la actividad se emprenda a un nivel no cero. La presencia de los cargos fijos hará mucho más difícil el planteamiento del problema de Gandhi.

Ahora ya se pueden expresar las utilidades de la semana como

$$\begin{aligned} \text{Utilidades de la semana} &= (12x_1 + 8x_2 + 15x_3) - (6x_1 + 4x_2 + 8x_3) \\ &\quad - (200y_1 + 150y_2 + 100y_3) \\ &= 6x_1 + 4x_2 + 7x_3 - 200y_1 - 150y_2 - 100y_3 \end{aligned}$$

Por lo tanto, Gandhi desea maximizar

$$z = 6x_1 + 4x_2 + 7x_3 - 200y_1 - 150y_2 - 100y_3$$

Ya que el suministro de mano de obra y tela es limitado, Gandhi afronta las dos restricciones siguientes:

Restricción 1 Se puede usar cada semana cuando mucho 150 horas de mano de obra.

Restricción 2 Se puede usar cada semana cuando mucho 160 yardas cuadradas de tela.

La restricción 1 se expresa mediante

$$3x_1 + 2x_2 + 6x_3 \leq 150 \quad (\text{Restricción de la mano de obra}) \quad (14)$$

La restricción 2 se expresa a través de

$$4x_1 + 3x_2 + 4x_3 \leq 160 \quad (\text{Restricción de tela}) \quad (15)$$

Observe que $x_j > 0$ y x_j entero ($j = 1, 2, 3$) debe cumplirse junto con $y_j = 0$ o 1 ($j = 1, 2, 3$). Si se combinan (14) y (15) con estas restricciones y la función objetivo genera el PE siguiente:

$$\begin{aligned} \max z &= 6x_1 + 4x_2 + 7x_3 - 200y_1 - 150y_2 - 100y_3 \\ \text{s.a. } z & 3x_1 + 2x_2 + 6x_3 \leq 150 \\ & 4x_1 + 3x_2 + 4x_3 \leq 160 \quad (\text{PE 1}) \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0; x_1, x_2, x_3 \text{ enteros} \\ & y_1, y_2, y_3 = 0 \text{ o } 1 \end{aligned}$$

La solución óptima de este problema es $x_1 = 30$, $x_3 = 10$, $x_2 = y_1 = y_2 = y_3 = 0$. Ésta no puede ser la solución óptima para el problema de Gandhi porque indica que la compañía es capaz de fabricar camisetas y pantalones sin incurrir en el costo de rentar la maquinaria necesaria. El planteamiento actual es incorrecto porque las variables y_1 , y_2 y y_3 no están representadas en las restricciones. Lo anterior quiere decir que no hay nada que impida establecer $y_1 = y_2 = y_3 = 0$. Fijar $y_i = 0$ es ciertamente menos costoso que hacer $y_i = 1$, de modo que una solución de costo mínimo para el (PE 1) siempre fijará $y_i = 0$. De una u otra manera tenemos que modificar (PE 1) de modo que cada vez que $x_i > 0$ se cumpla $y_i = 1$. La estrategia siguiente logra este objetivo. Sea M_1 , M_2 y M_3 tres números positivos grandes, y sume las restricciones siguientes a (PE 1):

$$x_1 \leq M_1 y_1 \quad (16)$$

$$x_2 \leq M_2 y_2 \quad (17)$$

$$x_3 \leq M_3 y_3 \quad (18)$$

Al añadir (16) a (18) a PE 1 hay la certeza de que si $x_i > 0$, entonces $y_i = 1$. Para ejemplificar, demostremos que (16) asegura que si $x_1 > 0$, entonces $y_1 = 1$. Si $x_1 > 0$, entonces y_1 no puede ser 0. Pero si $y_1 = 0$, entonces (16) implicaría que $x_1 \leq 0$ o $x_1 = 0$. Por lo tanto, si $x_1 > 0$, debe cumplirse $y_1 = 1$. Si se fabricaran camisetas ($x_1 > 0$), la desigualdad (16) asegura que $y_1 = 1$, y la función objetivo incluirá el costo de la maquinaria necesaria para producir camisetas. Obsérvese que si $y_1 = 1$, entonces (16) se vuelve $x_1 \leq M_1$, lo cual no limita inútilmente el valor de x_1 . Pero si M_1 no se escogiera grande (por ejemplo, $M_1 = 10$), entonces, (16) limitaría inútilmente el valor de x_1 . En general, M_i debería ser igual al valor máximo que x_i puede alcanzar. En el problema actual, se pueden elaborar cuando mucho 40 camisetas (si Gandhi fabricara más de 40 camisetas, la compañía se quedaría sin tela), por eso podemos elegir con toda seguridad $M_1 = 40$. El lector debería verificar que es posible escoger $M_2 = 53$ y $M_3 = 25$.

Si $x_1 = 0$, (16) se transforma en $0 \leq M_1 y_1$. Esto permite $y_1 = 0$, o bien, $y_1 = 1$. Puesto que $y_1 = 0$ es menos costosa que $y_1 = 1$, la solución óptima elegirá $y_1 = 0$ si $x_1 = 0$. Se ha demostrado, en resumen, que si (16) a (18) se suman a (PE 1), entonces $x_i > 0$ implicará $y_i = 1$, y $x_i = 0$ implicará $y_i = 0$.

La solución óptima para el problema de Gandhi es $z = 75$ dólares, $x_3 = 25$, $y_3 = 1$. Por lo tanto, Gandhi debería fabricar 25 pantalones cada semana.

PE con funciones lineales por segmentos

Euing Gas elabora dos tipos de gasolina (gasolina 1 y gasolina 2) a partir de dos tipos de petróleo (petróleo 1 y petróleo 2). Cada galón de gasolina 1 debe contener por lo menos 50% de petróleo 1, y cada galón de gasolina 2 debe contener por lo menos 60% de petróleo 1. Cada galón de gasolina 1 se puede vender en 12 centavos, y cada galón de gasolina 2 se vende en 14 centavos. Dispone ahora de 500 galones de petróleo y de 1000 galones de petróleo 2. Se pueden comprar no menos de 1500 galones más de petróleo 1 a los precios siguientes: primeros 500 galones, 25 centavos por galón; siguientes 500 galones, 20 centavos por galón; siguientes 500 galones, 15 centavos por galón. Plantee un PE con el que maximicen las utilidades de Euing (ingresos – costos de compra).

Selección de medios con funciones lineales por segmentos

Dorian Auto tiene un presupuesto para publicidad de 20 000 dólares. Dorian puede comprar anuncios de una página completa en dos periódicos: *Inside Jocks* (IJ) y en *Family Square* (FS). Una exposición se presenta cuando una persona lee un anuncio de Dorian Auto por primera vez. La cantidad de exposiciones generadas por cada anuncio en IJ es como sigue: 1 a 6 anuncios, 10 000 exposiciones; 7 a 10 anuncios, 3000 exposiciones; 11 a 15 anuncios, 2500 exposiciones; más de 16 anuncios, 0 exposiciones. Es decir, 8 anuncios en IJ generarían $6(10\ 000) + 2(3000) = 66\ 000$ exposiciones. La cantidad de exposiciones que genera cada anuncio en FS es como se indica: 1 a 4 anuncios, 8000 exposiciones;

5 a 12 anuncios, 6000 exposiciones; 13 a 15 anuncios, 2 000 exposiciones; más de 16 anuncios, 0 exposiciones. Por lo tanto, 13 anuncios en FS generarían $4(8000) + 8(6000) + 1(12\ 000) = 82\ 000$ exposiciones. Cada anuncio de página completa en cualquiera de los periódicos cuesta 1000 dólares. Suponga que no se traslapan los lectores de los dos periódicos. Formule un PE para maximizar la cantidad de exposiciones que Dorian puede conseguir con fondos limitados para publicidad.

Dorian Auto proyecta fabricar tres tipos de automóviles: compactos, medianos y grandes. El recurso que requiere cada tipo de automóvil y las utilidades que genera, se proporcionan en la tabla 8. Ahora dispone de 6 000 toneladas de acero y 60 000 horas de mano de obra. Para que la producción de un tipo de automóvil sea factible desde el punto de vista económico, se tienen que producir por lo menos 1 000 automóviles de ese tipo. Plantee una PE para maximizar las utilidades de Dorian.

TABLA 8**Recursos y utilidades para los tres tipos de automóviles**

Recurso	Tipo de automóvil		
	Compacto	Mediano	Grande
Acero necesario	1.5 toneladas	3 toneladas	5 toneladas
Mano de obra requerida	30 horas	25 horas	40 horas
Utilidad generada	2 000	3 000	4 000

PROBLEMAS

Grupo A

1 El entrenador Night pretende elegir la alineación inicial para el equipo de basquetbol. El equipo consta de siete jugadores que están clasificados (con una escala de 1 = malo y 3 = excelente) de acuerdo con su manejo del balón, disparos, rebote y habilidades defensivas. Las posiciones que a cada elemento se le permite jugar y las capacidades del jugador se listan en la tabla 9.

Las alineaciones iniciales de cinco jugadores tienen que satisfacer las restricciones siguientes:

- 1 Por lo menos cuatro miembros deben ser capaces de jugar en la defensiva, por lo menos dos elementos deben ir a la ofensiva y uno en el centro.
- 2 El nivel promedio de manejo del balón, disparos y rebotes de la alineación inicial tiene que ser por lo menos de 2.
- 3 Si el jugador 3 empieza a jugar, entonces el miembro 6 no puede jugar.
- 4 Si el elemento 1 inicia, entonces los miembros 4 y 5 también deben jugar.
- 5 Debe empezar el jugador 2 o el jugador 3.

Dadas estas restricciones, el entrenador desea maximizar la capacidad defensiva total del equipo inicial. Formule un PE que ayude al entrenador a escoger a su equipo inicial.

2 El estado Momiss va a construir plantas de tratamiento de agua debido a la contaminación excesiva del río Momiss. Se seleccionaron tres sitios (1, 2 y 3). Momiss está interesa-

TABLA 9

Jugador	Posición	Manejo del balón	Disparos	Rebote	Defensa
1	G	3	3	1	3
2	C	2	1	3	2
3	G-F	2	3	2	2
4	F-C	1	3	3	1
5	G-F	3	3	3	3
6	F-C	3	1	2	3
7	G-F	3	2	2	1

do en controlar los niveles de contaminación de dos contaminantes (1 y 2). La legislatura del estado requiere que se eliminen del río por lo menos 80 000 toneladas del contaminante 1 y por lo menos 50 000 toneladas del contaminante 2. La información pertinente a este problema se muestra en la tabla 10. Formule un PE que minimice el costo al cumplir con los objetivos de la legislatura del estado.

3 Un fabricante puede vender el producto 1 y obtener una utilidad de 2 dólares por unidad y del producto 2, una utilidad de 5 dólares por unidad. Se necesitan tres unidades de materia prima para elaborar una unidad del producto 1, y 6 unidades de materia prima para una unidad del producto 2.

TABLA 10

Lugar	Costo de la construcción de la planta (dólares)	Costo de tratar una tonelada de agua (dólares)	Cantidad eliminada por tonelada de agua	
			Contaminante 1	Contaminante 2
1	100 000	20	0.40	0.30
2	60 000	30	0.25	0.20
3	40 000	40	0.20	0.25

Se dispone de un total de 120 unidades de materia prima. Si se elabora cualquier cantidad del producto 1 se incurre en un costo de preparación de 20 dólares. Plantee un PE para maximizar las utilidades.

4 Suponga que se suma la restricción siguiente al ejemplo 1 (Stockco): si se eligen las inversiones 2 y 3, entonces se debe seleccionar la inversión 4. ¿Qué restricciones se sumarían al planteamiento que se dio en el texto?

5 ¿Qué tanto modificarían las restricciones siguientes la formulación del ejemplo 6 (tamaños de los automóviles de Dorian)? (Desarrolle cada inciso en forma separada.)

- a Si se fabrican los automóviles medianos, entonces también se tienen que producir los compactos.
- b Se tienen que fabricar automóviles compactos o grandes.

6 Para graduarse en la Basketweavers University en la especialidad de Investigación de operaciones el estudiante debe completar por lo menos dos cursos de matemáticas, por lo menos dos cursos de investigación de operaciones y por lo menos dos cursos de manejo de computadoras. Algunos cursos pueden servir para cumplir con más de un requisito: cálculo puede servir para el requisito de matemáticas; investigación de operaciones, sirve para los requisitos de matemáticas e investigación de operaciones; estructuras de la información sirve para los requisitos de manejo de computadoras y matemáticas; estadística para negocios, abarca los requisitos de matemáticas e investigación de operaciones; simulación por computadora es para los requisitos de investigación de operaciones y manejo de la computadora; introducción a la programación de computadoras, para el requisito de computación, y pronósticos, para investigación de operaciones y matemáticas.

Algunos cursos son requisitos previos para otros: cálculo es un requisito previo para estadística para negocios, introducción a la programación de computadoras, simulación por computadora y estructuras de datos; estadística de negocios es un requisito previo para pronósticos. Plantee un PE que minimice la cantidad de cursos necesarios para satisfacer los requisitos de la especialidad.

7 En el ejemplo 7 (Euing Gas), suponga que $x = 300$. ¿Cuáles serían los valores de $y_1, y_2, y_3, z_1, z_2, z_3$ y z_4 ? ¿Qué pasa si $x = 1200$?

8 Formule un PE para resolver el problema de Dorian Auto en lo que se refiere a los datos de publicidad que muestran rendimientos crecientes en la medida en que más anuncios se colocan en un periódico (pp. 495-496).

9 ¿Cómo se puede usar la programación con enteros para tener la certeza de que la variable x puede asumir sólo los valores 1, 2, 3 y 4?

10 Si x y y son enteros, ¿cómo aseguraría usted que $x + y \leq 3, 2x + 5y \leq 12$, o que ambas se cumplen con x y y ?

TABLA 11

Desde	Hasta (dólares)		
	Región 1	Región 2	Región 3
Nueva York	20	40	50
Los Ángeles	48	15	26
Chicago	26	35	18
Atlanta	24	50	35

11 Si x y y son enteros, ¿cómo podría usted estar seguro de que siempre que $x \leq 2$, entonces $y \leq 3$?

12 Una compañía planea abrir unas bodegas en cuatro ciudades; Nueva York, Los Ángeles, Chicago y Atlanta. Desde cada bodega se pueden embarcar 100 unidades por semana. El costo fijo por semana por mantener en operación cada bodega es de 400 dólares para Nueva York, 500 dólares para Los Ángeles, 300 dólares para Chicago y 150 dólares para Atlanta. La región 1 del país requiere 80 unidades por semana, la región 2 demanda 70 unidades por semana y la región 3 necesita 40 unidades por semana. Los costos (sin olvidar los costos de producción y embarque) por enviar una unidad desde una planta a una región se señalan en la tabla 11. Se desea cumplir con las demandas semanales a un costo mínimo, sujeto a la información precedente y a las restricciones siguientes:

- 1 Si se abre la bodega de Nueva York, entonces se debe abrir la bodega de Los Ángeles.
- 2 Es posible abrir a lo más dos bodegas.
- 3 Se tiene que abrir la bodega de Atlanta o la de Los Ángeles.

Formule un PE que se pueda usar para minimizar los costos semanales de cumplir con las demandas.

13 Glueco fabrica tres tipos de pegamento en dos líneas de producción distintas. Hasta 7 trabajadores usan a la vez cada línea. Cada trabajador recibe un pago de 500 dólares por semana en la línea de producción 1, y 900 dólares por semana en la línea de producción 2. Una semana de producción en la línea de producción 1 cuesta 1 000 dólares para organizarla y 2000 en la línea de producción 2. Durante una semana en una línea de producción cada trabajador elabora la cantidad de unidades de pegamento que se proporcionan en la tabla 12. Se tienen que elaborar a la semana, por lo menos, 120 unidades del pegamento 1, por lo menos 150 unidades del pegamento 2 y por lo menos 200 unidades del pegamento 3. Formule un PE para minimizar el costo total por cumplir con las demandas semanales.

14† El jefe del Departamento de cómputo de la universidad estatal desea poder tener acceso a cinco archivos distintos. Estos archivos andan dispersos en 10 discos según se indica en la tabla 13. La cantidad de almacenamiento que requiere cada disco es como se señala: disco 1, 3K; disco 2, 5K; disco 3,

TABLA 12

Línea de producción	Pegamento		
	1	2	3
1	20	30	40
2	50	35	45

†Basado en Day (1965).

TABLA 13

Archivo	Disco									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	x	x		x	x			x	x	
2	x		x							
3		x			x		x			x
4			x			x		x		
5	x	x		x		x	x		x	x

1K; disco 4, 2K; disco 5, 1K; disco 6, 4K; disco 7, 3K; disco 8, 1K; disco 9, 2K; disco 10, 2K.

a Formule un PE que determine un conjunto de discos que requiere la cantidad mínima de almacenamiento tal, que cada archivo está en al menos uno de los discos. Por lo que se refiere a un disco dado, se tiene que almacenar el disco completo o no almacenar nada de los discos; no es posible almacenar una parte de un disco.

b Modifique el planteamiento de tal manera que si se usa el disco 3 o el disco 5, entonces el disco 2 también se tiene que utilizar.

15 Fruit Computer fabrica dos tipos de computadoras: las computadoras Pear y la Apricot. La información pertinente se proporciona en la tabla 14. Se dispone de un total de 3 000 microprocesadores y 1200 horas de mano de obra. Formule un PE para ayudar a la compañía a maximizar las utilidades.

16 El Lotus Point Condo Project tendrá casas y departamentos. En el lugar se pueden construir hasta 10 000 viviendas. El proyecto debe considerar una zona de esparcimiento: un complejo para natación y tenis o una marina para veleros, pero no ambos. Si se construye una marina, entonces la cantidad de casas en el proyecto tiene que ser por lo menos el triple de la de departamentos. Una marina cuesta 1.2 millones de dólares y un complejo para natación y tenis cuesta 2.8 millones. Los urbanizadores opinan que cada departamento generará ingresos con un VNA de 48 000 dólares y cada casa proporcionará ingresos con un VNA de 46 000 dólares. El costo de construir cada casa o departamento es de 40 000 dólares. Plantee un PE para ayudar a Lotus Point a maximizar las utilidades.

17 Un producto se puede fabricar en cuatro máquinas distintas. Cada máquina tiene un costo fijo de preparación, costos

TABLA 14

Computadora	Mano de obra	Microprocesadores	Costos de equipo (dólares)	Precio de venta (dólares)
Pear	1 hora	2	5 000	400
Apricot	2 horas	5	7 000	900

TABLA 15

Máquina	Costo fijo (dólares)	Costo variable por unidad (dólares)	Capacidad
1	1 000	20	900
2	920	24	1 000
3	800	16	1 200
4	700	28	1 600

TABLA 16

	Libro				
	1	2	3	4	5
Demanda máxima	5 000	4 000	3 000	4 000	3 000
Costo variable (dólares)	25	20	15	18	22
Precio de venta (dólares)	50	40	38	32	40
Costo fijo (miles de dólares)	80	50	60	30	40

variables de producción por unidad procesada y una capacidad de producción que se proporcionan en la tabla 15. Se tiene que fabricar un total de 2000 unidades del producto. Plantee un PE cuya solución indique cómo minimizar los costos totales.

18 Utilice LINDO, LINGO o el Solver para Excel para encontrar la solución óptima para el PE siguiente:

Bookco Publishers proyectan publicar cinco libros de texto. La cantidad máxima de ejemplares de cada obra que se puede vender, el costo variable por la producción de cada libro, el precio de venta de cada obra y el costo fijo de una corrida de producción para cada libro, se dan en la tabla 16. Por lo tanto, producir 2000 ejemplares, por ejemplo del libro 1 genera un ingreso de $2000(50) = 100\,000$ dólares, pero cuesta $80\,000 + 25(2000) = 130\,000$ dólares. Bookco es capaz de producir cuando mucho 10 000 libros si desea maximizar las utilidades.

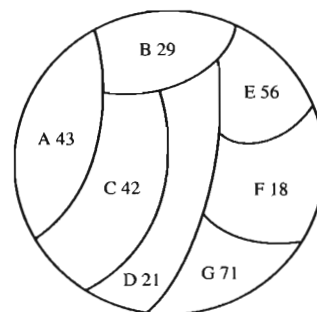
19 Comquat es dueña de cuatro plantas de producción en las cuales se producen computadoras personales. Comquat puede vender hasta 20 000 computadoras por año a un precio de 3500 dólares la unidad. La capacidad de producción y el costo de producción por computadora y el costo fijo de operación anual de una planta, se proporcionan en la tabla 17. Determine cómo puede Comquat maximizar sus utilidades anuales a partir de la producción de computadoras.

20 WSP Publishing vende libros de texto a estudiantes universitarios. WSP tiene disponibles dos representantes de ventas para ser asignados a la zona de los estados A a G. El número de estudiantes universitarios (en miles) en cada es

TABLA 17

Planta	Capacidad de producción	Costo fijo de la planta (millones de dólares)	Costo por computadora (dólares)
1	10 000	9	1 000
2	8 000	5	1 700
3	9 000	3	2 300
4	6 000	1	2 900

FIGURA 9



lado se da en la figura 9. Cada representante de ventas debe ser asignado a dos estados adyacentes, por ejemplo a A y a B, pero no a A y a D. El objetivo de WSP es maximizar el número total de estudiantes en los estados que es asignado a los representantes de ventas. Plantee un PE cuya solución indique dónde asignar a los representantes. Luego resuelva el PE utilizando LINDO.

21 Eastinghouse vende acondicionadores de aire. La demanda anual de acondicionadores de aire en cada región del país es como sigue: Este, 100 000; Sur, 150 000; Oeste medio, 110 000; Oeste, 90 000. Eastinghouse planea fabricar los acondicionadores en cuatro ciudades distintas: Nueva York, Atlanta, Chicago y Los Ángeles. El costo de producción de un acondicionador de aire en una ciudad y embarcarlo a una región del país se presenta en la tabla 18. Cualquier fábrica produce al menos 150 000 acondicionadores al año. El costo de operación anual fijo de una fábrica en cada ciudad se da en la tabla 19. Por lo menos 50 000 unidades de la demanda del Oeste medio debe provenir de Nueva York, o por lo menos 50 000 unidades de la demanda del Oeste medio debe llegar de Atlanta. Formule un PE cuya solución indique a Eastinghouse el modo de minimizar el costo anual de cumplir con la demanda de acondicionadores de aire.

22 Considere el acertijo siguiente: Se seleccionan 4 palabras de tres letras de la siguiente lista:

DBA DEG ADI FFD GHI BCD FDF BAI

Por cada palabra usted gana una calificación igual a la posición que tiene la tercera letra de la palabra en el alfabeto. Por ejemplo, DBA da una calificación de 1, DEG da una puntaje de 7, y así sucesivamente. El objetivo es elegir las cuatro palabras que maximicen el puntaje total, pero sujeto a las restricciones siguientes: la suma de las posiciones en el alfabeto para la primera letra de cada palabra elegida debe ser por lo menos tan grande como la suma de las posiciones en el alfabeto para la segunda letra de cada palabra elegida. Formule un PE para resolver este problema.

23 En una planta de máquinas herramienta se deben terminar cinco trabajos cada día. El tiempo que toma efectuar cada trabajo depende de la máquina usada para ejecutar dicho trabajo. Si se usa en modo alguno una máquina, entonces hay un tiempo de preparación o de puesta a punto necesario. Los tiempos relacionados se proporcionan en la tabla 20. El objetivo de la compañía es minimizar la suma de los tiempos de

TABLA 20

Máquina	Trabajo				Tiempo de preparación de la máquina (min)	
	1	2	3	4		
1	42	70	93	X	X	30
2	X	85	45	X	X	40
3	58	X	X	37	X	50
4	58	X	55	X	38	60
5	X	60	X	54	X	20

preparación y de operación necesaria para completar todos los trabajos. Formule y resuelva un PE (con LINDO, LINGO o el Solver para Excel) cuya solución lo haga posible.

Grupo B

24[†] Breadco Bakeries es una nueva cadena de panaderías que vende pan a lo largo de todo el estado de Indiana. Breadco planea abrir panaderías en tres lugares: Evansville, Indianápolis y South Bend. Cada panadería puede hornear al menos 900 000 hogazas de pan cada año. El costo de echar a andar una panadería en cada sitio es 5 millones de dólares en Evansville, 4 millones de dólares en Indianápolis y 4.5 millones de dólares en South Bend. Con el fin de simplificar el problema suponga que Breadco tiene sólo tres clientes, cuya demanda anual es 700 000 hogazas (cliente 1); 400 000 hogazas (cliente 2), y 300 000 hogazas (cliente 3). El costo total del horneado y embarque de una hogaza de pan para un cliente se da en la tabla 21.

Suponga que los costos futuros de embarque y producción se descuentan a una tasa de $11\frac{1}{9}\%$ al año. Suponga, además, que una vez puestas en marcha, una panadería dura por siempre. Formule un PE para minimizar el costo total de Breadco para cumplir con la demanda (presente y futura). (Sugerencia: usted necesitará saber que para $x < 1$, $a + ax + ax^2 + ax^3 + \dots = a/(1 - x)$.) ¿Qué se modificaría en la formulación si Evansville o South Bend tuvieran que producir al año por lo menos 800 000 hogazas de pan?

25[‡] Speaker's Clearinghouse tiene que desembolsar los cheques del monto total de las apuestas para los ganadores en cuatro regiones distintas del país: sureste (SE), noreste (NE), lejano oeste (LO) y oeste medio (OM). La cantidad diaria promedio de los cheques extendidos a los ganadores en cada región del país es como se indica: SE, 40 000 dólares; NE, 60 000 dólares; LO, 30 000 dólares; OM, 50 000 dólares. Speaker's tiene que emitir los cheques el día que descubre que ha ganado un cliente. Puede hacer que los ganadores retrasen el cobro de sus cheques si les da un che-

TABLA 18

Ciudad	Precio por región (dólares)			
	Este	Sur	Oeste medio	Oeste
Nueva York	206	225	230	290
Atlanta	225	206	221	270
Chicago	230	221	208	262
Los Ángeles	290	270	262	215

TABLA 19

Ciudad	Costo fijo anual (millones de dólares)
Nueva York	6
Atlanta	5.5
Chicago	5.8
Los Ángeles	6.2

TABLA 21

Desde	Hasta		
	Cliente 1	Cliente 2	Cliente 3
Evansville	16¢	34¢	26¢
Indianápolis	40¢	30¢	35¢
South Bend	45¢	45¢	23¢

[†]Basado en Efromson y Ray (1966).

[‡]Basado en Shanker y Zoltners (1972).