Examen de Programación Matemática

Junio 2012

1. **(Programación Dinámica)** La dueña de una mercería tiene un rollo de tela con N desperfectos precisamente localizados. Ha decidido cortar la tela y vender los trozos resultantes. Los cortes se realizarán, si acaso, sobre los lugares donde hay desperfectos. Se trata de decidir en cuales de esos puntos se harán los cortes de manera que se maximice el beneficio.

   Los datos son los siguientes: Sean i_0 el principio de la tela, i_{N+1}, el final de la misma e $i_1, \ldots, i_N$, los lugares en donde están los deperfectos. Llamaremos $l_j, j = 1, \ldots N+1$, a la distancia entre i_{j-1} e i_j. Un retal de longitud l que contenga k defectos, se venderá a $l^2 - c \cdot k$, donde c es una constante dada.

   Por ejemplo, si decidimos cortar la tela por el desperfecto número 1 y sobre el número 3, tendremos un retal de longitud $l_2 + l_3$ con un solo desperfecto (el que está en la posición 2. Los desperfectos de las posiciones 1 y 3 quedan eliminados por el corte). Su valor de venta será $(l_2 + l_3)^2 - c$.

2. **(Gestión de Proyectos)** El gerente de una empresa de transportes debe programar el alquiler de sus autobuses durante el mes próximo. Para simplificar el problema, se supone que solo dispone de un autobús. Las peticiones recibidas y el beneficio que cada una reporta se resumen en la siguiente tabla. En la misma se indican el día de inicio y el día final de cada petición. Se supone que el mismo día que termina un viaje puede comenzar otro. El gerente pretende maximizar el beneficio total.

Viaje	Primer día	último día	Beneficio
A	14	16	10
B	15	20	30
C	16	21	20
D	17	22	35
E	20	23	15
F	21	24	25
G	22	24	10
H	23	25	15

   Puedes plantearlo como un problema de gestión de proyectos.

   Barrunta lo que harías si tuviera dos autobuses.

3. **(Programación Dinámica)** Tenemos 120.000 euros para invertir en tres productos financieros, A, B, C. El rendimiento de cada uno de ellos viene dado por las siguientes funciones:

$$R(A,x) = 6\sqrt{(}x), \quad R(B,x) = x, \quad R(C,x) = 0{,}05x^2$$

   siendo x cantidad invertida en cada uno ellos. Se trata de calcular la cantidad a invertir en cada producto, de manera que el rendimiento sea máximo. ¿Cuánto vale ese rendimiento?

4. **(Programación entera)** Una empresa necesita un número variable de multímetros disponibles a lo largo de los 7 días de la semana. Concretamente, $215, 400, 520, 670, 550, 310, 180$. Cuando necesita alguno, puede adquirirlo el día que lo desee. La entrega es inmediata y el precio es de 55 euros por cada multímetro. Nunca se puede comprar una cantidad superior a la que se necesite ese día. Todos las multímetros han de ser reparados después de un día de uso. La empresa puede acudir a dos talleres. Uno de ellos, taller A, trabaja rápido, los repara en dos días (es decir, si se envían el lunes, después de usarlos, el miércoles estarán disponibles) a un precio de 33 euros cada multímetro. El otro, taller B, tarda 3 días pero solo cobra 22 euros por multímetro. Existe también un coste de 400 euros debido al transporte a los talleres.

   Se trata de encontrar una política óptima de compras y envíos a talleres teniendo en cuenta que no se pueden enviar multímetros que no puedan ser utilizados dentro de la misma semana en la que se envían.

   Una vez formulado, resolved utilizando el método de los planos secantes. (Al menos, un paso. El resto, puede ser con el de ramificar y acotar).

5. **(Programación Entera)** Una compañía debe terminar tres trabajos. Los trabajos se ejecutan en 4 máquinas. El tiempo de proceso, en minutos, requerido por cada máquina se muestra en la siguiente tabla.

	Máquina			
Trabajos	M1	M2	M3	M4
T1	20	–	25	30
T2	15	20	–	18
T3	–	35	28	–

Un trabajo podrá procesarse en la máquina j cuando haya terminado de procesarse en la $j-1$, $j = 2, 3, 4$. Una máquina no puede procesar dos trabajos al mismo tiempo y, una vez que está procesando un cierto trabajo, debe terminarlo antes de empezar con otro.

Se trata de minimizar el tiempo necesario para ejecutar todos los trabajos.

En realidad, el problema original propone minimizar la suma de los tiempos necesarios para terminar los tres trabajos. Hacedlo de esta forma. Luego, como algo extra, tratad de resolver el problema tal y como yo lo propuse.

Una vez formulado, resolved utilizando el método de los planos secantes. (Al menos, un paso. El resto, puede ser con el de ramificar y acotar).